Terms and Conditions

**Sexta demonstratio.**

¶Trigoni prioris lateribus G L & G Q manifestis, L Q latus minus cognitum per alia duo cognosces, si hac proportione vsus fueris dicens, T Q dat Q M integrū scz sinum, quid V L promittit? Q H enim & K L arcus iā liquent (cōplementis eorunde apertis) in quoto L S lineæ magnitudinē videbis, cuius arcus est I L, cōplemētū vero L Q hoc mō quæsitū offert. Vt patet in precedēti figura.

Septima demonstratio.

¶Restat vnū adhuc primi illius trigoni nondū ventilatū, videlicet G L Q quantus ibi angulus L sit. Illud autē duobus videre modis licebit, primo huiusmodi. Quandoquidē L Q iā patet, cōplementū quocp suū, quod ad C vscp sese extendit, ei adiiciendū est, sicut etiam arcui L G cōplemētū suū, quod ad B vscp protendit addendū. Dicendū erit ita. Sinus L G arcus, sinū arcus G Q emittit, quid sinus totus causabitur? Ibi quamprimū quoties B C arcū ostendet eum, qui propositum angulum G L Q includit, similiter angulum I L K angulo G L Q æqualem, tanquàm contrapositum. Secundus modus ostensionis est talis, vt si dicatur, sinus arcus L I progingnit sinū arcus I K (vtercp enim illorū præscitur) quid sinus integer? Appositè iā tractanti cætera, arcus Y X occurret, quantitatem anguli I L K referens. Sic ergo bifariā idē dēmōstrauerís. Cuius secundæ demonstrationis rationē ita intellexeris, si triangulum L I K æquū atcp G L Q trigonum imagineris constitui, sphæricācp illā trapeziam I Y X K, per omnia similem trapeziæ L K H Q, quapropter eadē via demonstrandi est, Y X seu B C, quæ fuit antea in designādo K H arcu, quo demōstrato, angulus sibi oppositus G L Q & I L K, qui duplici via æquales iā reperti sunt, assequutᵘ es.
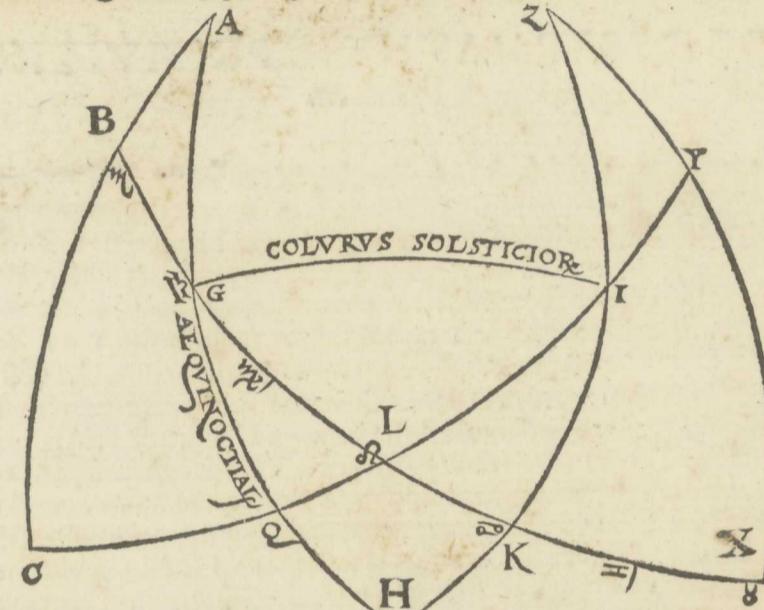

¶Accidit interdū qd' triangulus sphæricᵘ rectū angulū nullū habeat, verū latera tria nota. Angulos autē vt cognoscas eiusdē trigoni fieri non potest, nisi eundē in duos distribuas, ita vt quilibet rectū cōtineat angulū, quo facto, promptū omnino singulorū angulorū spacia secundum iā allatā demōstrandi methodum dimetiri. Trifariā ad hæc triāgulus nonrectangulus exhiberi potest, aut enim tria, aut duo latera æqualia habens, aut tria simul inæqualia complexus, proponitur. Triū laterum æqualium triangulo, qui & æquilaterus appellatur proposito, eius vnum aliquod in duo per mediū in punctó F seca, arcumcp ex punctó H in F vscp produeūtē existima, ille enim propositum tibi trigonum in binos rectangulos dirimet, postquod angulos simul & latus illud commune demonstrandi via iam dicta perdisces.
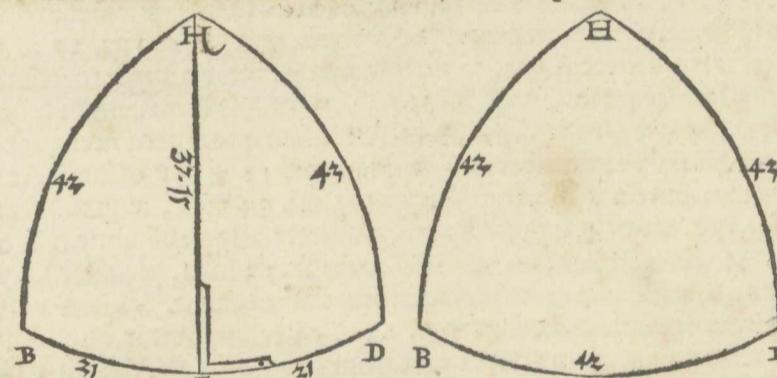

¶Quod si duo habeat adæquata latera triangulus, qualē insequens figura præfert, tū latus tertiū ambob' æqualibus insertū similiter in duo partite, & hoc in punctó F. Iā si ab H id est, angulo lateri huic aduerso, arcū in F vscp protēderis, triāgulum tibi propositū, ab eodē in duos triangulos rectangulos dispesci animaduertes, quos quidē triangulos, quanti sint, adducto sæpe ostēsionis modo depræhēdes. Sequitur nūc figuræ triāgulorꝫ, in quib' latus H B lateri H D assimilis ostēdit. Tertio triāguli latere, vel maiore vel minore duob' alijs existente.
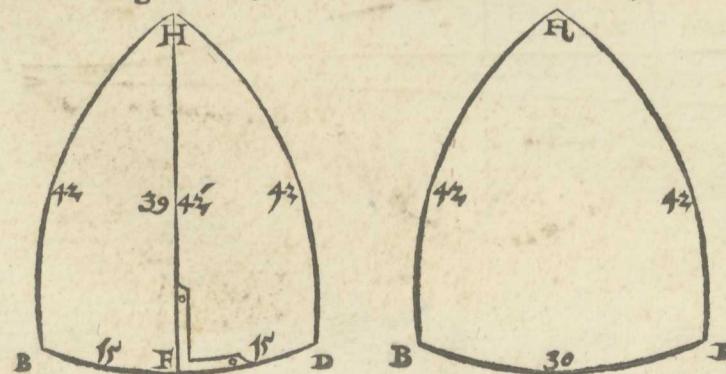
¶At si vsu venit latera oblati triāguli omnia esse sibi dissimilia, primū est, vt trigonū in binos partias rectangulos, quod quam facillime pēragas, aliū insuper ostendi vsum excogitaui, qui est istiusmodi. Quartam circuli partē, id est, quadrātē rite cū suis semidiametris orthogonis expressam plano super aliquo delinea, cuius centrū A, semidiametrorū extrema B D literiscp signa. Arcū trianguli mediocrem loca vna extremitate in D versus B extendendo, alterā cū G signa. Minimū trigoni latus circa B incipiens aduersus D emitte, & B E nomina. Iā ex D in centrū A lineā rectā diduc, & arcū G D, mediocri trianguli latus exhibentē, à D versus C in punctó P terminātem extende. Duo mox puncta G & P alia linea recta connecte, lineā autē illā semidiametrū A D per punctū I rectangulariter diuidet, G I sinus rectus arcus propositi scz G D vocatur. Postea ex punctó E perpēdicularē super A B diametrū, eundē in punctó K secātē, dimitte, & lineā E K sinū minimi lateris trianguli propositiuoca. Deinde lineā orthogonalē ex punctó P, lineæ A B super iniice, quæ vscp in N procedēs, sinum arcus B P ostendit. Hoc in loco animaduerte me de lineis imaginarijs tantummodo loqui, per lineamcp nihil aliud, ꝗ lineā sinū rectū existimare. Deinceps arcū G D dupla, qui duplatus G P producit. Huius G P sinū rectū, qui est G O require, eundemcp in linea A B cū literis N M signa. Sinus arcus B G linea est M G, cui postꝗ duxeris æqualē N O, super lineā B fiet, clarū est lineas M G & N O, sicut etiā N M & G O æquidstātes esse. Cum igitur K E & N P parallēlæ sint, & si per illas alia tertia nempe G O transuersim eat, sequitur omnino angulos G Q E & G O P vtroscp sibi pares, simul & rectos esse, quod secundū non accedat, sufficit tamē æquales in præsentia esse. Nobis nunc præmissa ex Euclide repetentib', scz Omniū duorꝫ triangulorꝫ quorum anguli vnius angulis alterius sunt æquales, latera æquos angulos respicientia esse angulos proportionalia, Succedet hunc in modū tractatio, vt anguli duo equales & recti, latera quocp proportionalia cōtineant, quales sunt G O P & G Q R triāguli præsentes, qui duo anguli quoniā recti sunt, anguluscp Q G R ambobus cōmunis est, patet angulū G R Q tertio quocp G P O æqualē existere. Latus insuper Q R adhuc ignotum, ex regula proportionū inuestigabimus sic. Linea G O mōstrat sinū O P, quid G Q? quotus regulæ sinū Q R ostendet quæsitū, quē si arcui B G adiicis, ad lineā nempe K Q, lineæ K R quantitas desiderata à te palā fiet. Deinde sinū K R & sinū K N singulatim in se duc, productācp collige, collecti radix quadrata quātitatē lineæ A R ostēdit. Modo si arcū lineæ A R à 90 demis, arcus H F relinquitur, qui ad angulos rectos sphærales ab H in F punctū defertur. R F autē eiusdē sinus est, qui dicitur versus, quē si nouisse velis, A R sinū à toto subtrahe, residuum ex subtractione R F restabit. Postremo arcū B F queremus etiā hoc pacto. Imaginātibus nobis lineam L F, sinum scz arcus B F protendi, A R autem lineā vscp in F produci, trianguli duo A R K & A F L cōsurgēt. Vnde dicetur A R dat R K quid A F? Regulā sequēti quātitas lineæ L F in quotiente offeretur, cuius item arcus B D sublatus F D arcum relinquit. His peractis, prioribus sex demonstrationū vijs vtens, nihil nō ad votum vscp, scitu saltē necessarium, hic plene assequeris.
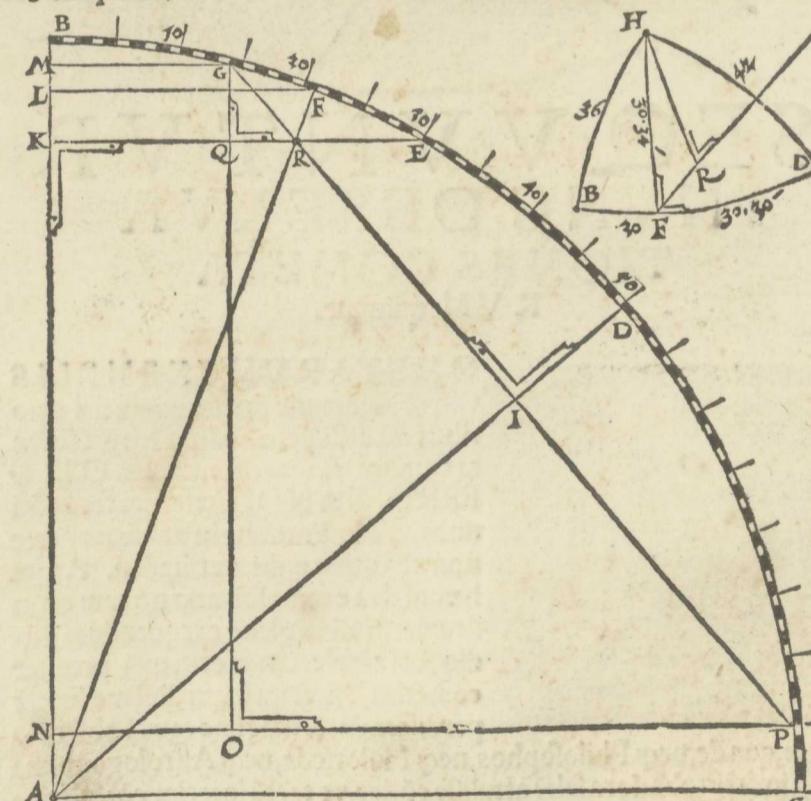
¶Aliter eādē demōstrationē institues sic. Quoties triangulū nō rectāgulū tria cōplecti inæqualia latera cōtingit, è quibus latera duo anguluscp vnus cognita sunt, tertiū vero ignotū, quale in præsenti triangulo A B C, latus ignoratur C B, cōstant autē A B & A C, proinde tertiū C B quocp habiturus sic age. Principio arcū B D, eū qui ad angulos rectos sphærales super arcū A C D G in punctó D incidit